北京博飞教育中心独家奉献

2007 年中华人民共和国普通高等学校联合招收

华侨、港澳地区、台湾省学生入学考试

数学

本试卷共 10 页，满分 150 分，考试用时 120 分钟。

考生注意： 这份试卷共三个大题，所有考生做第一、二题，在第三（21、22、23）题中任选两题；报考理工农医类的考生做第三（24、25）题，报考文史类的考生做第三（26、27）题。

得 分	评卷人

一、选择题：本大题共 12 小题；每小题 5 分，共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把所选项前的字母填在题后括号内.

（1）设集合 $M=\left\{x\,|\,x^2-x-2<0\right\}, N=\left\{x\,|\,x^2+x-2<0\right\}$, 则 $M\cap N=$

（A）$\{x\,|\,x^2+x-2<0\}$ （B）$\{x\,|\,x^2\text{-}1<0\}$ （C）$\{x\,|\,x^2—4<0\}$ (D) $\{x\,|\,x^2-x-2\}$

（2）若 $\pi\le a\le 2\pi$, 且 $\sin a\sin 3a<0$, 则 a 满足

（A）$\pi<a<\frac{4}{3}\pi$ （B）$\frac{5}{3}\pi<a<2\pi$

(C) $\frac{4}{3}\pi<a<\frac{5}{3}\pi$ (D) $\pi<a<\frac{4}{3}\pi$ 或 $\frac{5}{3}\pi<a<2\pi$

（3）已知平面向量 $a=(-2,x)$ 与向量 $b=(-3,2)$ 垂直，则

（A）3 （B）2 (C) -2 (D) -3

（4） 复数 $z=\frac{(1-\sqrt{3}i)^2}{(\sqrt{3}+i)^2}$ 的虚部是

(A) 0 (B) -i (C) i (D) -1

（5） 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，公差为 2，则 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{S_n}{a_n^{\,2}}=$

（A）$\frac{1}{4}$ （B）$\frac{1}{2}$ （C）1 （D）2

（6）若函数 $y=e^x-1$ 的图像按向量 $a=$（1，1）平移后，与 $f(x)$ 的反函数图像重合，则函数 $f(x)$ ＝

（A）$\ln x+1$　　（B）$\ln(x+1)$　　（C）$\ln x-1$　　（D）$\ln(x-1)$

（7）设满足的约束条件$\begin{cases}2x+y\le 6\\ y\le 2\\ x\ge 0, y\ge 0\end{cases}$　则目标函数$z=x+y$的最大值

（A）3　　（B）4　　（C）5　　（D）6

（8）圆$x^2+y^2-2mx-2ny=-4$与圆$x^2+y^2=1$相切，则m^2+n^2的值是

（A）$\frac{5}{2}$　　（B）$\frac{9}{4}$　　（C）5　　（D）$\frac{25}{4}$

（9）用 0、1、2、3、4 组成没有重复数字的 5 位数，其中的奇数共有

（A）60 个　　（B）48 个　　（C）36 个　　（D）24 个

（10）对于直线m,n和平面α,β，$m\perp\alpha$的一个充分条件是

（A）$m\perp n, n\perp\beta, \beta\perp\alpha$　　（B）$m\perp\beta, n\perp\beta, n\perp\alpha$

（C）$m\perp n, n//\alpha$　　（D）$m//\beta, \beta\perp\alpha$

（11）如图所示，椭圆中心在坐标原点，F 为左焦点，B 为左顶点，A,C 为短轴端点，已知$CF\perp AB$，椭圆的离心率为

（A）$\frac{3+\sqrt{5}}{2}$　(B) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$　(C) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$　(D) $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$

（12）　已知$f(x)$是 R 上的可导函数，下列陈述中正确的是

(A)若$f'(x)$是偶函数则$f(x)$是偶函数　　（B）若$f'(x)$是偶函数则$f(x)$是奇函数

(C)若$f'(x)$是奇函数则$f(x)$是奇函数　　（D）若$f'(x)$是奇函数则$f(x)$是偶函数

得 分	评卷人

二．填空题，本大题共 8 小题 4 分，共 32 分.把答案填在题中的的横线上.

（13）二项式$(\frac{x}{2}+\frac{1}{\sqrt{x}})^6$展开式中的常数项是__________.

（14）空间向量$\alpha=(a,b,c)$，若$|\alpha|=1$，则$a+b+c$的最大值是__________.

（15）在空间直角坐标系$O-xyz$中，若原点到平面$3x-2y+az=1$的距离是$\frac{1}{7}$，则a的值为

________.

（16）设直线的l斜率为k，在y轴上的截距为$b(b\neq 0)$，若以原点为极点，以x轴正方向为极轴，则l的极坐标方程为$\rho=$_______.

（17）等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，已知$a_1+a_2=18$，$a_3+a_4=2$则$\lim\limits_{x\to\infty}S_n$_______.

（18）函数$y=x^3+3ax^2+3bx$在区间[-1，1]单调减少，且$a>0$，则$2a+b$的最大值为_______.

（19）若以x^2-5x+6除多项式$f(x)$得余式$2x-5$，则$f(3)=$_____.

（20）若ΔABC的内角 A,B 所对的边分别是a,b，已知$b\cos A+a\cos B=2$,，$a-b=1$，且$\angle C=60^{\circ}$,则$a=$_____.

三．解答题：在 21、22、23 题三个题目中人选两题作答，在第 24、25、26、27 这四个题目中按考生报考专业的类别完成两题.

得 分	评卷人

（21）（本题满分 14 分）

设函数$f(x)=x^3+3x^2+ax+b$，实数a,b是常数.

（I）若曲线$y=f(x)$的任意切线斜率都不小于-2，则a,b的取值范围如何？

（II）证明曲线$y=f(x)$是中心对称图形；并求出对称中心的坐标.

得 分	评卷人

（22）（本题满分 14 分）

设$f(x)=x\sqrt{1-2x}(0<x<\frac{1}{2})$，证明$f(x)\leq f(\frac{1-x}{2})$

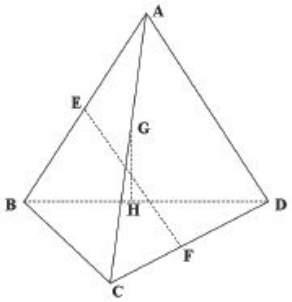
得 分	评卷人

（23）（本题满分 14 分）

如图,在四面体 $ABCD$ 中，已知 $AB=CD=8,\ AD=BC=10,\ AC=BD=12,\ E,F,G,H$ 分别是 AB,CD,AC,BD 的中心.

（I）求 EF 的长；

（II）证明 EF,GH 互相垂直平分。



得 分	评卷人

（24）（本题满分 15 分，文史类考生不做）

对某种产品的抽检规则如下：从每批 10 件产品中随机抽取 2 件，逐以检查，如果未发现次品，则该产品抽检通过，现有一批 10 件产品，

（I）若其中有 1 件次品，求该批产品通过抽检的概率；

（II）若该批产品通过抽检的概率不低于 50%，其中次品最多有几件？

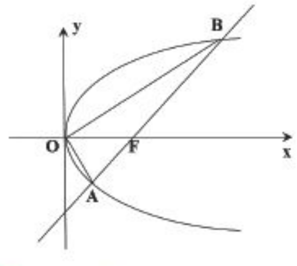
得 分	评卷人

（25）（本题满分 15 分.文史类考生不做）

设抛物线 $y^2=2px$ 与过焦点 F 、斜率为 k 的直线交于 $A(x_A,y_A),B(x_B,y_B)$ 两点，且 $p>0,y_A<0$.

（I）用 p 和 k 表示 ΔAOB 的面积；

（II）证明 $\tan\angle BOA=-\dfrac{4}{3}\sqrt{1+\dfrac{1}{k^2}}$



得 分	评卷人

（26）（本题满分 15 分，理工农医类考生不做）

对某种产品的抽检规则如下：从一批 10 件产品中随机抽取 2 件，逐一检查，如果未发现次品，则该批产品抽检通过，现有一批 10 件产品，

（I）若其中有 1 件次品，求该产品通过抽检的概率

（II）若该批产品通过抽检的概率为$\frac{1}{3}$，其中次品有几件？

得 分	评卷人

（27）（本题满分 15 分，报考理工农医类类考生不做）

设抛物线 $y^2=4x$ 与过焦点 F、斜率为 k 的直线交于 $A(x_A,y_A),B(x_B,y_B)$ 两点，且 $y_A<0$

（I）用 k 表示 ΔAOB 的面积；

（II）证明 $\tan\angle BOA=-\frac{4}{3}\sqrt{1+\frac{1}{k^2}}$.