



根据题意，克服摩擦力做的功全部转化成使质量为m的冰溶解成同温度的水所需的热量，  
即

$$W=Q \quad 4$$

联立以上各式得  $f=\lambda\rho hd$

$$\text{代入数据得 } f=17.8\text{N} \quad 5$$

评分参考：本题18分。 $\text{①②③④⑤}$ 式各3分。

17. 参考解答：

考察射到半圆柱平面上的一条入射光线（圆中实线），它进入玻璃的折射角为 $\gamma$ ，射到柱面与空气交界面上的P点，在P点的入射角为 $i$ ，如图所示，这条光线能从玻璃柱的柱面射出的条件是

$$i < C$$

C为玻璃的临界角，有

$$\sin C = \frac{1}{n} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{即 } C=45^\circ \quad 3$$

当 $\varphi < 90^\circ$ 时，有

$$\varphi + 90^\circ + \gamma + i = 180^\circ \quad (\text{或 } i = 90^\circ - \varphi - \gamma) \quad 4$$

由折射定律

$$\sin \theta = n \sin \gamma \quad 5$$

代入有关数据得

$$\gamma = 30^\circ \quad 6$$

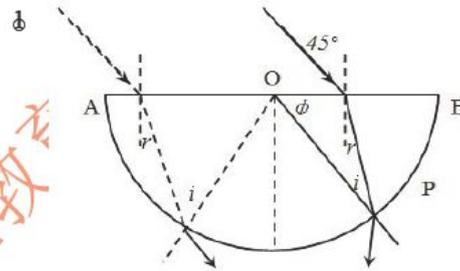
由 $\text{①③④⑥}$ 式得

$$\varphi > 15^\circ \quad 7$$

当 $\varphi > 90^\circ$ 时（如图中虚线所示），有

$$90^\circ - \gamma + 180^\circ - \varphi + i = 180^\circ \quad (\text{或 } i = \varphi + \gamma - 90^\circ) \quad 8$$

由以上有关公式得



$$\varphi < 105^\circ \quad 8$$

由8、9两式，有光线从柱面射出的角度分布区域为

$$15^\circ < \varphi < 105^\circ \quad 10$$

评分参考：本题18分，1式3分，3式2分，4式3分，6式2分，7式2分，8式3分，9式2分，10式1分

第二组

18. 参考答案：

设O点的电势为 $U_0$ ，三个电容器的电荷量（与A、B、D相连的极板）分别为 $q_1$ 、 $q_2$ 和 $q_3$

$$U_A - U_0 = \frac{q_1}{C_1} \quad 1$$

$$U_B - U_0 = \frac{q_2}{C_2} \quad 2$$

$$U_C - U_0 = \frac{q_3}{C_3} \quad 3$$

因为三个电容器原来都不带电，根据电荷守恒，与O点相连的三个极板上的总电量为

$$-(q_1 + q_2 + q_3) = 0 \quad 4$$

解以上各式得

$$U_0 = \frac{U_A C_1 + U_B C_2 + U_D C_3}{C_1 + C_2 + C_3} \quad 5$$

评分参考：本题14分，1、2、3式各2分，4、5式各4分

19. 参考解答：

当 $\omega = 0$ 时，绳MP处于竖直状态，与转轴的夹角 $\theta = 0$ ，绳NP处于松弛状态，这时有

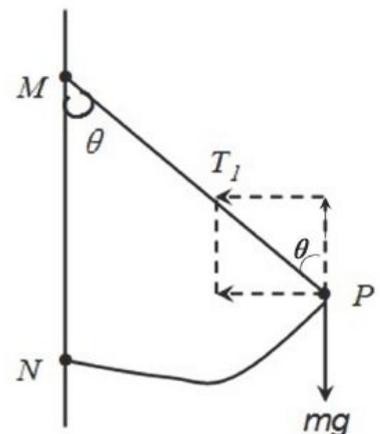
$$T_1 = mg \quad T_2 = 0 \quad \omega = 0 \quad 1$$

随着 $\omega$ 的增大， $\theta$ 也增大，只要 $\theta \leq 60^\circ$ ，绳NP总是松弛的，故有

$$T_2 = 0 \quad 2$$

当绳MP与转轴的夹角 $\theta$ 为小于 $60^\circ$ 的任意值时，P的受力情况如图

1所示，由牛顿第二定律有



$$T_1 \cos \theta = mg \quad 3$$

$$T_1 \sin \theta = m\omega^2 l \sin \theta \quad 4$$

$$\theta \leq 60^\circ \quad 5$$

由上三式得

$$T_1 = m l \omega^2 \quad 6$$

$$\omega^2 \leq \frac{2g}{l} \quad 7$$

由此得

$$T_1 = m l \omega^2 \quad T_2 = 0 \quad \omega^2 \leq \frac{2g}{l} \quad 8$$

当  $\omega^2 > \frac{2g}{l}$  时,  $\theta$  仍为  $60^\circ$ , 这时两条绳都处于拉紧状态, P 的受力情况如图2所示, 由牛顿第二定律有

$$T_1 \cos \theta - T_2 \cos \theta = mg \quad 9$$

$$T_1 \sin \theta + T_2 \sin \theta = m l \omega^2 \sin \theta \quad 10$$

联立9、10两式, 注意到  $\theta = 60^\circ$ , 得

$$T_1 = \frac{1}{2} m l \omega^2 + mg \quad 11$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m l \omega^2 - mg \quad 12$$

由此得

$$T_1 = \frac{1}{2} m l \omega^2 + mg, \quad T_2 = \frac{1}{2} m l \omega^2 - mg, \quad \omega^2 > \frac{2g}{l} \quad 13$$

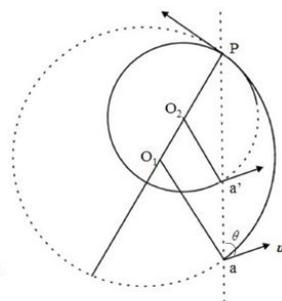
评分参考: 本题14分, 1、2式2分, 求得8式共占7分, 求得13式共占5分。

## 20. 参考答案

粒子在磁场的洛伦兹力作用下做圆周运动, 以  $v$  表示粒子的速率, 设在右侧磁场中圆周的半径为  $R_1$ , 则有

$$qv \cdot \frac{2}{3} B = m \frac{v^2}{R_1}$$

得



$$R_1 = \frac{3mv}{2qB} \quad 1$$

圆周的圆心在 $O_1$ ；设左侧磁场中圆周的半径为 $R_2$ ，则有

$$R_2 = \frac{mv}{qB} \quad 2$$

圆周的圆心在 $O_2$ ，两圆在虚线上的P点相切， $O_1, O_2$ 和P在同一直线上，如图所示。

由于 $R_1 > R_2$ ，粒子回旋一周后，将从a点正上方的a'点进入右侧的磁场，由几何关系可得a与a'间的距离

$$\overline{aa'} = 2R_1 \sin \theta - 2R_2 \sin \theta \quad 3$$

由123式得

$$\overline{aa'} = \frac{mv}{qB} \sin \theta \quad 4$$

即粒子回旋一周，进入右侧磁场的位置向上移动一段距离 $\overline{aa'}$ ，距离的大小与粒子的速率有关，如果粒子回旋k周后进入右侧磁场，在右侧磁场中沿一段半径为 $R_1$ 的圆弧运动恰能到达b点，并由b点进入虚线左侧，则有

$$k\overline{aa'} + 2R_1 \sin \theta = L \quad 5$$

把4式代入5式得

$$L = k \frac{mv}{qB} \sin \theta + 3 \frac{mv}{qB} \sin \theta \quad 6$$

解得

$$v = \frac{qBL}{(k+3)m \sin \theta} \quad k=0, 1, 2, 3, \dots \quad 7$$

评分参考：本题14分，12式各1分，3或4式各5分，5或6式各5分，7式各2分

21. 参考解答：

从 $t=0$ 时刻起，小滑块从挡板B处以速率 $v_0$ 向A运动，设到达挡板A与挡板发生第1次碰撞经历的时间为 $\Delta t_1$ ，注意到A以速率V向B运动，有

$$x_0 = v_0 \Delta t_1 + V \Delta t_1 \quad 1$$

解得

$$\Delta t_1 = \frac{x_0}{v_0 + V} \quad 2$$

小滑块到达挡板A并从A反弹时，两挡板间的距离变为  $x_1 = x_0 - 2V \Delta t_1$  3

由2、3两式得

$$x_1 = \frac{v_0 - V}{v_0 + V} x_0 \quad 4$$

根据题意，小滑块与挡板A碰撞后，速度的大小变为

$$v_1 = v_0 + 2V \quad 5$$

方向指向B，设经过时间  $\Delta t_2$ ，小滑块达到B并与挡板发生第2次碰撞，有

$$x_1 = v_1 \Delta t_2 + V \Delta t_2 \quad 6$$

由4、5、6三式得

$$\Delta t_2 = \frac{v_0 - V}{(v_0 + V)(v_0 + 3V)} x_0 \quad 7$$

在小滑块与挡板发生第2次碰撞的时刻，两挡板间的距离已变为

$$x_2 = x_1 - 2V \Delta t_2 \quad 8$$

由4、7、8三式得

$$x_2 = \frac{v_0 - V}{v_0 + 3V} x_0 \quad 9$$

小滑块与挡板碰后速度的大小变为

$$v_2 = v_1 + 2V = v_0 + 4V \quad 10$$

方向指向A。设经过时间  $\Delta t_3$  到达A并与挡板发生第3次碰撞，有

$$x_2 = v_2 \Delta t_3 + V \Delta t_3 \quad 11$$

由9、10、11三式得

$$\Delta t_3 = \frac{v_0 - V}{(v_0 + 3V)(v_0 + 5V)} x_0 \quad 12$$

在小滑块与挡板发生第3次碰撞的时刻，两挡板间的距离已变为

$$x_3 = x_2 - 2V\Delta t_3 \quad 13$$

由9、12、13三式得

$$x_3 = \frac{v_0 - V}{v_0 + 5V} x_0 \quad 14$$

由此类推，当小滑块与挡板发生第n次碰撞的时刻，两挡板间的距离变为

$$x_n = \frac{v_0 - V}{v_0 + (2n - 1)V} x_0 \quad 15$$

若小滑块以初速度  $v_0$  从挡板B处开始向挡板A运动到与挡板发生第n次碰撞需经历的总时间为

$t_n$ ，则有

$$x_n = x_0 - 2Vt_n \quad 16$$

由15、16两式得

$$t_n = \frac{nx_0}{v_0 + (2n - 1)V} \quad 17$$