

北京博飞教育中心独家奉献

2003 年中华人民共和国普通高等学校联合招收

华侨、港澳地区、台湾省学生入学考试

数学

本试卷共 10 页，满分 100 分，考试用时 120 分钟。

考生注意：这份试卷共三个大题，所有考生做第一、二题，在第三（21、22、23）题中任选两题；报考理工农医类的考生做第三（24、25）题，报考文史类的考生做第三（26、27）题。

得 分	评卷人

一、选择题：本大题共 12 小题；每小题 3 分，共 36 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把所选项前的字母填在题后括号内。

1. 设 $a, b \in R$ ，则 $|a+b| < |a|+|b|$ 的充要条件是
(A) $ab > 0$ (B) $ab < 0$ (C) $ab \leq 0$ (D) $ab \geq 0$
2. 函数 $y = (x-2)^2 (x \leq 2)$ 的反函数是定义于区间 $[0, +\infty)$ 上的函数
(A) $y = 2 + \sqrt{x}$ (B) $y = 2 - \sqrt{x}$ (C) $y = \sqrt{x} - 2$ (D) $y = 2 - \sqrt{x+2}$
3. 设函数 $y = f(x)$ 的图像与 $y = 2^x$ 的图像关于 y 轴对称，则
(A) $f(x) = 2^{-x}$ (B) $f(x) = -2^x$ (C) $f(x) = -2^{-x}$ (D) $f(x) = \log_2 x$
4. 5 名男生和 1 名女生排成一行，若女生不排头也不排尾，则不同排法的种数为
(A) 600 (B) 480 (C) 240 (D) 120
5. 函数 $y = |\sin 2x|$ 的最小正周期为
(A) 2π (B) π (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{\pi}{4}$
6. 若 $\frac{\pi}{3} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ，则
(A) $\sin \alpha < \cot \alpha < \cos \alpha$ (B) $\cot \alpha < \cos \alpha < \sin \alpha$
(C) $\cos \alpha < \cot \alpha < \sin \alpha$ (D) $\cos \alpha < \sin \alpha < \cot \alpha$
7. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_1 + a_7 = 24$ ，则 $a_4 =$

- (A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 18
8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3+\dots+(2n-1)}{n(2n-1)} =$
 (A) 0 (B) 2 (C) 1 (D) $\frac{1}{2}$
9. 方程 $x^3 + y^3 - 2x + 4y + 5 = 0$ 所表示的曲线是
 (A) 圆 (B) 椭圆 (C) 双曲线 (D) 一个点
10. 若函数 $f(x) = 4ax - x^2$ 在区间 $[1, 3]$ 上是减函数, 则 a 的取值范围是
 (A) $\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right)$ (B) $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$ (C) $\left(-\infty, -\frac{3}{2}\right]$ (D) $\left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$
11. 椭圆 $\frac{x^2}{4} + (y-1)^2 = 1$ 上的点到坐标原点距离的最大值为
 (A) $\sqrt{5}$ (B) $\frac{4\sqrt{5}}{3}$ (C) $2\sqrt{2}$ (D) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
12. 已知 $f(x)$ 是周期为 2 的偶函数, 且当 $x \in (0, 1)$ 时 $f(x) = x+1$, 那么当 $x \in (1, 2)$ 时, $f(x) =$
 (A) $1-x$ (B) $3-x$ (C) $x-3$ (D) $x+2$

得 分	评卷人

二、填空题: 本大题共 8 小题; 每小题 3 分, 共 24 分. 把答案填在题中横线上.

13. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, 则 $AB =$ _____.
14. 已知平面向量 $a = (2, 3)$, $b = (1, -2)$ 则 $a \cdot b =$ _____.
15. 若圆锥的高等于底面直径, 且轴截面的面积为 8, 则圆锥的体积为_____.
16. 在 10 瓶饮料中有 2 瓶已过保质期, 从中任取 3 瓶, 当中恰有 1 瓶已过保质期的不同取法共有_____种. (用数字作答.)
17. 若 $2x+1$ 是多项式 $f(x) = 8x^5 - 4x^3 + x^2 + 3x + a$ 的因式, 则 $f(x)$ 除以 $x-2$ 的余式是_____.
18. 设 $(1+2x+x^3)^4 = a_0 + a_1x + \dots + a_7x^7 + \dots + a_{12}x^{12}$, 则 a_7 的值为_____.

19. 直线 $x-3y+3=0$ 与直线 $2x-y+2=0$ 的夹角为_____弧度.

20. $\frac{1}{\sin 50^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{\cos 50^\circ}$ 的值为_____.

三、解答题：在第 21, 22, 23 题三个题目中任选两题作答，在第 24、25、26、27 这四个题目中按考生报考专业的类别完成两题.

得 分	评卷人

21. (本小题满分 10 分)

在空间直角坐标系中，给定两点 $A(0,1,0)$ 、 $B(1,0,1)$ 和平面 $\pi: 2x-3y+z+5=0$. 求过 A 、 B 两点且与 π 垂直的平面之方程.

得 分	评卷人

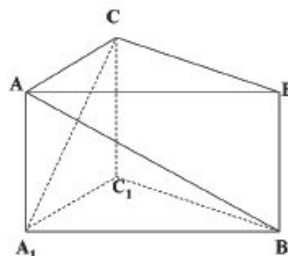
22. (本小题满分 10 分)

在平面直角坐标系中，已知三点 $A(-25,0)$ 、 $B(25,0)$ 和 $C(-7,24)$. 求 $\triangle ABC$ 的内切圆的方程.

得 分	评卷人

23. (本小题满分 10 分)

如图, 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB_1 \perp A_1C$, $AB = a$.
求这三棱柱的体积.



得 分	评卷人

24. (本小题满分 10 分, 文史类考生不做)

已知复数 z_1 、 z_2 满足 $|z_1| = |z_2| = |z_1 - z_2|$, 且 $z_1 + z_2 = 3i$. 求 z_1 和 z_2 .

得 分	评卷人

25. (本小题满分 10 分, 文史类考生不做)

设 S_n 是等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和.

(I) (5 分) 比较 $a_n S_{n+1}$ 与 $a_{n+1} S_n$ 的大小, 其中 n 为正整数;

(II) (5 分) 求极限: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n S_{n+1} - a_{n+1} S_n}{a_n S_{n+1} + a_{n+1} S_n}$.

得 分	评卷人

26. (本小题满分 10 分, 理工农医类考生不做)

设 $a \in R$, 对任意实数 x 都有 $x^2 + 2x \log_3 a + 8 \log_9 a \geq 3$. 求 a 的取值范围.

得 分	评卷人

27. (本小题满分 10 分, 理工农医类考生不做)

已知正整数 $n \geq 3$, 实数 $a_1 \neq 0$. 证明数列 a_1, a_2, \dots, a_n 是等比数列的充分必要条件为: 关于 x 的方程 $(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{n-1}^2)x^2 - 2(a_1a_2 + a_2a_3 + \dots + a_{n-1}a_n)x + (a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_n^2) = 0$ 有非零实根.