2008年中华人民共和国普通高等学校联合招收

华侨、港澳地区、台湾省学生入学考试

数学

本试卷共10页，满分150分，考试用时120分钟。

考生注意：这份试卷共三个大题，所有考生做第一、二题，在第三（21、22、23）题中任选两题；报考理工农医类的考生做第三（24、25）题，报考文史类的考生做第三（26、27）题。

得 分	评卷人

一、选择题：本大题共12小题；每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把所选项前的字母填在题后括号内.

（1）设$a=\sin 210^\circ, b=\cos 210^\circ, c=\tan 210^\circ$,则

（A）$a<b<c$　（B）$b<c<a$　（C）$c<b<a$　（D）$b<a<c$

（2）复数$z=\dfrac{(2+i)\overline{(1+2i)}}{(1+i)^2}$的模$|z|=$

(A) $\frac{5}{4}$　(B) $\frac{5}{2}$　(C) $\frac{3}{4}$　(D) $\frac{3}{2}$

（3）设不等式$x^2+ax+b<0$的解为$\{x|-2<x<3\}$,则$a-b=$

(A) 7　(B) 5　(C) -5　(D) -7

（4）若直线l与曲线$xy=6$相切于点$p(2,3)$，则直线l的斜率为

(A) $\frac{3}{2}$　(B) $\frac{3}{4}$　(C) $-\frac{3}{4}$　(D) $-\frac{3}{2}$

（5）设$y=f(x)$是R上的奇函数，当$x\ge 0$时，$f(x)=x^3+\lg(1+x)$,则当$x<0$时，$f(x)=$

(A) $-x^3-\lg(1-x)$　(B) $x^3+\lg(1-x)$　(C) $x^3+\lg\frac{1}{1-x}$　(D) $-x^3-\lg\frac{1}{1-x}$

（6）函数$f(x)=x^3-12x+3(-3\le x\le 3)$的值域为区间

(A) $[-13,19]$　(B) $[-13,21]$　(C) $[-6,12]$　(D) $[-6,19]$

（7）从1，2,⋯，8，9这九个数中,任取两个不同的数，其乘积为奇数的概率为

(A) $\frac{5}{9}$　　(B) $\frac{5}{18}$　　(C) $\frac{1}{3}$　　(D) $\frac{2}{7}$

（8）在公比大于 1 的等比数列$\{a_n\}$中，若$a_1a_9=72$，$a_2+a_8=27$，则$a_{10}=$

(A) 48　　(B) 38　　(C) 32　　(D) 26

（9）若椭圆的焦距等于短轴长的二倍，则该椭圆的离心率为

(A) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　(B) $\frac{4}{5}$　　(C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　(D) $\frac{1}{3}$

（10）在极坐标系中，以点$N(4,0)$为圆心，且与圆$\rho=6\sin\theta$外切的圆的方程为

(A) $\rho^2=8\rho\cos\theta+12$　　(B) $\rho^2=8\rho\cos\theta-12$

(C) $\rho^2=8\rho\sin\theta+12$　　(D) $\rho^2=8\rho\sin\theta-12$

（11）若抛物线$y=ax^2$的焦点在直线$y=2x+3$上，则$a=$

(A) 12　　(B) 6　　(C) $\frac{1}{6}$　　(D) $\frac{1}{12}$

（12）给定两点$A(1,2)$、$B(3,4)$，若点P在x轴上移动，则使$\angle APB$达到最大的点P的横坐标为

(A) -5　　(B) 1　　(C) 3　　(D) 5

得 分	评卷人

二、填空题：本大题共八小题；每小题 4 分，共 32 分.把答案填在题中横线上.

（13）双曲线$\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{7}=1$两条准线的距离为____________.

（14） 设$\sin 2\theta=\frac{2}{3}$，则$\tan\theta+\cot\theta$的值为____________.

（15）$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n(2n+1)}{3+4n^2}=$____________.

（16）函数$y=\frac{(2x+1)^2}{(x+1)(4x+1)}(x\geq 0)$的最小值为____________.

（17）在空间直角坐标系$O-xyz$中，经过点$p(3,1,0)$且与直线$\begin{cases}2x+y=2\\x-2y+z=4\end{cases}$垂直的平面的方程为____________.

（18）用$(x+2)(x-1)$除多项式$p(x)=x^6+x^5+2x^3-x^2+3$所得的余式为____________.

（19）设球面上的三个点 A,B 和 C，每两点间的球面距离都等于该球大圆周长的$\frac{1}{6}$.若经过这三个点的圆的半径为 2cm,则该球的直径为________________cm.

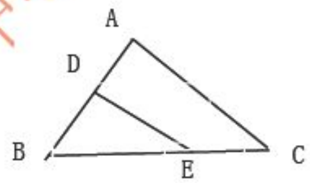
（20）一个正五棱柱有 10 个顶点，以其中的 4 点为顶点的不同三棱锥，总共有________个.

三．解答题：在第 21、22、23 题三个题目中任选两题作答.在第 24、25、26、27 这四个题目中按考生报考专业的类别完成两题.

得 分	评卷人

（21）（本题满分 14 分）

如图，在ΔABC中，点 D、E 分别在边 AB、BC 上，且$\overrightarrow{DE}=\frac{5}{12}\overrightarrow{BA}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$. 求$\Delta DBE$与$\Delta ABC$的面积比.



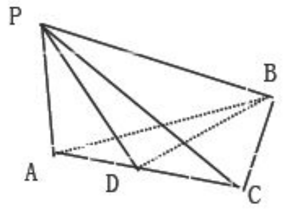
得 分	评卷人

（22）（本题满分 14 分）

如图，三棱锥$P-ABC$的底面是正三角形，侧棱$PA\perp$底面ABC，D是AC中点，PD=BD=a，

（I） 证明$BD\perp PC$；

（II）求三棱锥$P-ABC$的体积.



得 分	评卷人

（23）（本题满分 14 分）

求函数 $f(x)=\cos x\sin x+2(\cos x+\sin x)(x\in R)$ 的值域.

得 分	评卷人

（24）（本题满分 15 分，文史类考生不做）

设 $a_n=\int_n^{n+1}xdx, S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k, n=1,2,3\cdots$.

（I）求 a_n 和 S_n；

（II）设 $T_n=\sum_{k=1}^{n}(3^{1-k}-\frac{1}{S_k})$.证明：当 $n\geq 4$ 时，都有 $\frac{2}{n+2}<T_n<\frac{2}{n+1}$.

得 分	评卷人

（25）（本题满分 15 分，文史类考生不做）

设椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 的右焦点为 F，经过点 F 的直线 l 与椭圆相交于 A、B 两点，与椭圆的右准线相交于点 C，且 $\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AB}$.求点 F 分有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 所成的比，以及坐标原点 O 到直线 l 的距离.

得 分	评卷人

（26）（本题满分 15 分，理工类类考生不做）

设函数 $f(x)=\dfrac{x}{3}-\ln(\sqrt[3]{x})(x>0)$，数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1>0$ 且 $a_1\neq 1$，当 $n\geq 2$ 时，$a_n=3f(a_{n-1})$

（I）求函数 $f(x)$ 的最小值以及对应的 x 值；

（II）证明：当 $n\geq 2$ 时，都有 $a_n>a_{n+1}>1$.

得 分	评卷人

（27）（本题满分 15 分，理工类类考生不做）

设椭圆 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$ 的右焦点为 F，经过点 F 的直线 l 与椭圆相交于 A、B 两点，与椭圆的右准线相交于点 C，且 B 是 AC 的中点，求点 F 分有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 所成的比，以及点 C 的坐标.