2009年中华人民共和国普通高等学校联合招收

华侨、港澳地区、台湾省学生入学考试

数学

本试卷共10页，满分150分，考试用时120分钟。

考生注意：这份试卷共三个大题，所有考生做第一、二题，在第三（21、22、23）题中任选两题；报考理工农医类的考生做第三（24、25）题，报考文史类的考生做第三（26、27）题。

得 分	评卷人

一、选择题：本大题共12小题；每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把所选项前的字母填在题后括号内.

（1）设复数$z=1+i$，若$(z+a)(\bar{z}-a)$是纯虚数，则实数$a=$

（A）$\sqrt{2}$　　（B）2　　（C）$\pm\sqrt{2}$　　（D）± 2

（2）设有平面α和任意直线m,则在α内必有直线n，使n与m

（A）平行线　　（B）相交　　（C）互为异面直线　　（D）垂直

（3）设$f(x)=\begin{cases} x^2-4x+c, & 当x<2, \\ \sqrt{x^2+5}, & 当x\ge 2. \end{cases}$，若$f(x)$是连续函数，则$c=$

（A）7　　（B）6　　（C）4　　（D）3

（4）若方程$2x^2-y^2=m$表示的曲线是焦点在y轴上、焦距为4的双曲线，则m=

（A）$\frac{32}{3}$　　（B）$\frac{8}{3}$　　（C）$-\frac{8}{3}$　　（D）$-\frac{32}{3}$

（5）若a、b、c是实数，且$a\ge b$，则

（A）$a(a+c)\ge b(b+c)$　　（B）$a(a-c)\ge b(b-c)$

（C）$|a+b|\ \ge|a-c|+|c-b|$　　（D）$a|ac|\ge b|bc|$

（6）设数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=\frac{3}{2}(a_n-2)$，则$a_n=$

（A）$2\times3^{n-1}$　　（B）2×3^{n}　　（C）3^n+3　　（D）3^n-3

（7）极坐标方程$2\rho\cos^2\frac{\theta}{2}=5$表示的曲线是

（A）圆　（B）椭圆　（C）双曲线　（D）抛物线

（8）在△ABC中，已知$\sin A=\frac{3}{5}$，$\cos B=\frac{5}{13}$，则$\cos C=$

（A）$\frac{16}{65}$　（B）$-\frac{16}{65}$　（C）$\frac{16}{65}$或$\frac{56}{65}$　（D）$-\frac{63}{65}$

（9）函数$y=f(x)$的图像与$y=2^x$的图像关于直线$x+y=0$对称，则$f(x)=$

（A）$-\log_{\frac{1}{2}}(-x)$　（B）$\log_{\frac{1}{2}}(-x)$　（C）$-\log_2 x$　（D）$\log_2 x$

（10）设$f(x)=2-ab+(a+b)x-x^2$，若$f(-2)=f(4)=0$，则以a、b为两根的二次方程可写为

（A）$x^2-2x-10=0$　（B）$x^2-2x-6=0$　（C）$x^2-2x+6=0$　（D）$x^2+2x-10=0$

（11）若函数$f(x)=x^2-4x+\frac{a}{x}$在区间（1，$+\infty$）是增函数，则常数a的取值范围为

（A）$(-\infty,-2]$　（B）$(-\infty,-\frac{27}{4}]$　（C）$(-\infty,-\frac{64}{27}]$　（D）$(-\infty,-\frac{32}{27}]$

（12）在△ABC中，点D、E满足$\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{DB}$，$\overrightarrow{BE}=2\overrightarrow{EC}$，设$P=AE\cap CD$，$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$，

则$(\lambda,\mu)=$

（A）$(\frac{2}{7},\frac{4}{7})$　（B）$(\frac{1}{7},\frac{2}{7})$　（C）$(\frac{1}{4},\frac{1}{2})$　（D）$(\frac{4}{15},\frac{8}{15})$

得 分	评卷人

二、填空题：本大题共 8 小题；每小题 4 分，共 32 分。把答案填在题中横线上。

（13）在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，已知$AB=BC=1$，$AA_1=2$,则顶点A到对角线A_1C的距离为＿＿＿＿＿＿＿＿。

（14）抛物线$y^2=-10x$的准线方程为＿＿＿＿＿＿＿＿。

（15）函数$f(x)=\cos(3x+\frac{\pi}{4})\cos(3x-\frac{\pi}{4})$的最小正周期为＿＿＿＿＿＿＿＿。

（16）函数$y=\log_{\frac{1}{2}}(\cos x+\sin x)$（$0\le x\le\frac{\pi}{2}$）的最小值为＿＿＿＿＿＿＿＿。

（17）在空间直角坐标系$O-xyz$中，经过$A(1,0,2)$，$B(1,1,-1)$和$C(2,-1,1)$三个点的平面方程为＿＿＿＿＿＿＿＿。

（18）设等差数列$\{a_n\}$的前项和为S_n。若$5S_{12}-12S_5=42$，则其公差为＿＿＿＿＿＿＿＿。

（19）多项式$x^4+2x^3-4x^2-2x+3$与x^3+4x^2+x-6的最大公因式____________________。

（20）某质检员检验一件产品时，把正品误判为次品的概率为0.1，把次品误判为正品的概率为0.05。如果一箱产品中含有8件正品，2件次品，现从中任取1件让该质检员检验，那么出现误判的概率为________________________。

三、解答题：在第21、22、23题三个题目中任选两题做答。在第24、23、26、27这四个题目中按考生报考专业的类别完成两题。

得 分	评卷人

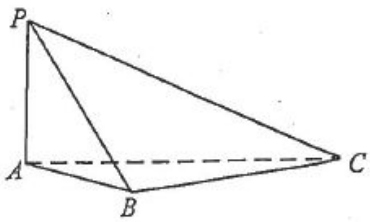
（21）（本题满分14分）

曲线$x^2y=8$按向量$e=(1,2)$平移后得到的曲线C与直线l：$2x+y=a$相切，求a的值以及C与l公共点的坐标。

得 分	评卷人

（22）（本题满分14分）

如图，在三棱锥$P-ABC$中，$PA\perp$平面ABC，$\angle PCB=30°$二面角$P-BC-A$等于60°，且$PB=BC$。求$\tan\angle BAC$的值，并比较$\angle BPC$与$\angle BAC$的大小。



得 分	评卷人

（23）（本题满分 14 分）

在边长为 4 的正△ ABC 中，点 E、F 分别在边 AB、AC 上，且△ AEF 的面积等于△ ABC 面积的一半。求 $\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{BC}$ 的取值范围。

得 分	评卷人

（24）（本题满分 15 分，文史类考生不做）

设椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+y^2=1(a>1)$ 的左、右焦点分别为 F_1、F_2，右准线 l 与 x 轴的交点为 E。

（Ⅰ）当 F_2 是 F_1E 的中点时，求 a；

（Ⅱ）若对于 l 上的任意点 P，$\dfrac{|PF_2|}{|F_1F_2|}\neq 2$，求椭圆离心率 e 的取值范围。

得 分	评卷人

（25）（本大题 15 分，文史类考生不做）

设 $f_n(x)=(1+px)(1+p^2x)\cdots\cdots(1+p^nx)$，其中是 n 正整数，常数 $p>0$。用 a_n 和 b_n 分别表示展开式中 x 的系数和 x^2 的系数。

（Ⅰ）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）当 $p\neq 1$ 时，证明存在等比数列 $\{c_n\}$ 和常数 c 满足 $b_n=(c_n-c)(c_{n+1}-c)$，并求出该数列的通项 c_n 和常数 c。

得 分	评卷人

（26）（本题满分 15 分，理工农衣类考生不做）

设椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+y^2=1(a>1)$的左、右焦点分别为$F_1$、$F_2$，右准线$l$与$x$轴的交点为$E$。

（Ⅰ）当F_2是F_1E的中点时，求a；

（Ⅱ）若对于l上的任意点P，线段F_1P的中垂线都不经过点F_2，求椭圆离心率e的取值范围。

得 分	评卷人

（27）（本题满分 15 分，理工农衣类考生不做）

设$f_n(x)=(1+px)(1+p^2x)\cdots\cdots(1+p^nx)$，其中是$n$正整数，常数$p>0$。用$a_n$和$b_n$分别表示展开式中$x$的系数和$x^2$的系数。

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）当$p=2$时，证明存在等比数列$\{c_n\}$和常数c使得$b_n=(c_n-c)(c_{n+1}-c)$，并求出该数列的通项c_n和常数c。