

北京博飞教育中心独家奉献

绝密★启用前

2013 年中华人民共和国普通高等学校
联合招收华侨、港澳地区、台湾省学生入学考试

数 学

一、选择题：本大题共 12 小题；每小题 5 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1) 若多项式 $x^3 - 2x + c$ 有因式 $x - 1$ ，则 $c =$

- (A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 3

(2) 设 $z = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ ，则 $|z| =$

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (B) 1 (C) $\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{2}$

(3) 斜率为 $k (k > 0)$ 的直线沿 x 轴的正方向平移 5 个单位，平移后的直线与原直线之间的距离为 4，则 $k =$

- (A) $\frac{5}{3}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{3}{5}$

(4) 设 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 在 $(a, +\infty)$ 上为增函数，则 a 的取值范围为

- (A) $[1, +\infty)$ (B) $(-\infty, 3]$ (C) $[-1, +\infty)$ (D) $(-\infty, -3]$

(5) 已知 $\tan x = \frac{2a}{a^2 - 1}$ ，其中常数 $a \in (0, 1)$ ，且 $x \in (0, \pi)$ ，则 $\cos x =$

- (A) $\frac{-2a}{a^2 + 1}$ (B) $\frac{2a}{a^2 + 1}$ (C) $\frac{a^2 - 1}{a^2 + 1}$ (D) $\frac{-a^2 + 1}{a^2 + 1}$

(6) 3 位男同学与 2 位女同学排成一列，其中女同学相邻的不同排法共有

- (A) 48 种 (B) 36 种 (C) 24 种 (D) 18 种

(7) 已知向量 \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} 不共线， $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$ ，则向量 $\overrightarrow{OM} =$

- (A) $\frac{1}{3}\overrightarrow{OA} - \frac{4}{3}\overrightarrow{OB}$ (B) $\frac{2}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$

(C) $\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}-\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$

(D) $\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$

(8) 焦点为 $(2,0)$ ，准线为 $x=-1$ 的抛物线方程为

(A) $y^2 = -6x+3$ (B) $y^2 = 6x+3$ (C) $y^2 = -6x-3$ (D) $y^2 = 6x-3$

(9) 等比数列的前 n 项和 $S_n = ab^n + c$ ，其中 a, b, c 为常数，则

(A) $a+b=0$ (B) $b+c=0$ (C) $a+c=0$ (D) $a+b+c=0$

(10) 3种颜色的卡片各5张，从中随机抽取3张，则3张卡片颜色相同的概率为

(A) $\frac{6}{91}$ (B) $\frac{12}{91}$ (C) $\frac{8}{273}$ (D) $\frac{16}{273}$

(11) 设函数 $f(x) = \cos(\sin x)$ ，则下列结论正确的是

(A) $f(x)$ 的定义域是 $[-1,1]$ (B) $f(x)$ 的值域是 $[-1,1]$

(C) $f(x)$ 是奇函数 (D) $f(x)$ 是周期为 π 的函数

(12) 把正方形 $ABCD$ 沿对角线 AC 折起，当以 A, B, C, D 为顶点的三棱锥体积最大时，直线 BD 和平面 ABC 所成角的大小为

(A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 90°

二、填空题：本大题共6小题；每小题5分。

(13) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 2n^2 - 2n$ ，则 $a_n =$ _____。

(14) 不等式 $\lg(x^2 - x - 2) > 1$ 的解集为_____。

(15) 设长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的体积1， E, F, G 分别为 AB, AD, AA_1 的中点，
则三棱锥 $A-EFG$ 的体积为_____。

(16) 曲线 $y = x \cos x$ 在点 $(0,0)$ 处的切线方程为_____。

(17) 关于 x 的方程 $x^2 + ax + 2 = 0$ 与 $x^2 - 2x - a = 0$ 有且仅有一个公共的实根，则 $a =$ _____。

(18) 在空间直角坐标系中，已知 $A(3,0,a), B(0,3,-2), C(1,1,-1)$ ，若平面 ABC 过坐标原点，则 $a =$ _____。

三、解答题：本大题共 4 小题；每小题 15 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

(19) 设 $\triangle ABC$ 的内角 A 、 B 、 C 的对边分别为 a 、 b 、 c ， $\frac{\cos A}{\cos B} = \frac{\sin B}{\sin A}$ ，且 $a < b$.

(I) 证明 $\triangle ABC$ 为直角三角形；

(II) 若 CD 为 AB 边上的高，且 $CD = 3\sqrt{2}$ ， $AD = 2DB$ ，求 a 、 b 、 c .

(20) 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = -1$ ，且 $a_{n+1} = 2a_n + 3$.

(I) 证明 $\{a_n + 3\}$ 是等比数列；

(II) 设 $b_n = \frac{1}{\log_2(a_n + 3) \log_2(a_{n+1} + 3)}$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

(21) 设椭圆 C 的中心在坐标原点，一个焦点为 $F(2\sqrt{6}, 0)$ ， C 与 x 轴正半轴交点为 A ，与 y 轴正半轴交点为 B ， $|BF| = 5$.

(I) 求 C 的方程； (II) 求 C 上一点 P ，使得 $\triangle ABP$ 的面积为 3.

(22) 设函数 $f(x) = 2e^x(x-1) - ax^2$.

(I) 若对任意 $x \geq 0$ ， $f'(x) \geq 0$ ，求 a 的取值范围； (II) 求 $f(x)$ 的极值.